1. U tablici su zadani podaci o broju turista (u 000) i ostvarenom prihodu (u milijunima kn) u turističkom poduzeću "Sunčana rivijera" za razdoblje 2001-2004.

Godina	Broj turista	Prihod
2001.	8.0	55.4
2002.	10.1	67.7
2003.	9.1	59.6
2004.	8.3	54.6

a) Metodom linearne regresije odredite ovisnost prihoda o broju turista.
b) Komentirajte koeficijente regresijskog pravca.
c) Ove godine se očekuje da će u hotelima "Sunčane rivijere boraviti 11000 turista. Odredite očekivani prihod.

Rješenje.
a)

Godina	Broj turista (x_i)	Prihod (y_i)	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
2001	8	55.4	443.2	64	3069.16
2002	10.1	67.7	683.77	102	4583.29
2003	9.1	59.6	542.36	82.81	3552.16
2004	8.3	54.6	453.18	68.89	2981.16
Σ	35.5	237.3	2122.51	317.7	14185.77

$$N = 4, \quad \sum_{i=1}^{N} x_i = 35{,}5, \quad \sum_{i=1}^{N} y_i = 237{,}3, \quad \sum_{i=1}^{N} x_i y_i = 2122{,}51, \quad \sum_{i=1}^{N} x_i^2 = 317{,}7$$

Koeficijenti regresijskog pravca su:

$$b = \frac{N\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2} = \frac{4 \cdot 2122{,}51 - 35{,}5 \cdot 237{,}3}{4 \cdot 317{,}7 - (35{,}5)^2} = 6{,}22$$

$$a = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i - b\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{1}{4} \cdot 237{,}3 - 6{,}22 \cdot \frac{1}{4} \cdot 35{,}5 = 4{,}11$$

Regresijski pravac je:

$$y = 4{,}11 + 6{,}22 \cdot x$$

b) Ukoliko nema gostiju, prihod je 4,11 mil kn. (npr. iznajmljivanje i prihod bara i restorana od vanjskih gostiju). Povećanjem broja turista za 1000 (povećanje x-a za 1) prihod će se povećati za 6,22 mil. kn (tj. y će se povećati za 6,22).

c) Očekivanu potrošnju za 11 000 gostiju dobijemo tako da 11 000 uvrstimo u jednadžbu pravca (x=11):

$$y = 4{,}11 + 6{,}22 \cdot 11 = 72{,}55.$$

Očekivani prihod je 72,55 mil. kn.

2. Odredite Pearsonov koeficijent korelacije za podatke iz prethodnog zadatka.

Rješenje.

$$\rho = \frac{N\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i}{\sqrt{\left(N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2\right)\cdot\left(N\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} y_i\right)^2\right)}} =$$

$$= \frac{4\cdot 2122{,}51 - 35{,}5\cdot 237{,}3}{\sqrt{\left(4\cdot 317{,}7 - 35{,}5^2\right)\cdot\left(4\cdot 14185{,}77 - 237{,}3^2\right)}} = 0{,}974$$

3. Za podatke u tablici iz 1. zadatka odredite rangove pojedinih godina s obzirom na prihod.

Rješenje. Rangovi za običježje broj turista ($r(x_i)$) i obilježje prihod ($r(y_i)$) su prikazani u tablici;

Godina	Broj turista (x_i)	Prihod (y_i)	$r(x_i)$	$r(y_i)$
2001	8.0	55.4	1	2
2002	10.1	67.7	4	4
2003	9.1	59.6	3	3
2004	8.3	54.6	2	1

4. Za podatke u tablici iz 1. zadatka odredite Spearmanov koeficijent korelacije.

Rješenje.

Godina	Broj turista (x_i)	Prihod (y_i)	$r(x_i)$	$r(y_i)$	$d_i = x_i - y_i$	d_i^2
2001	8.0	55.4	1	2	-1	1
2002	10.1	67.7	4	4	0	0
2003	9.1	59.6	3	3	0	0
2004	8.3	54.6	2	1	1	1
Σ						2

$$\rho_S = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{N} d_i^2}{N^3 - N} = 1 - \frac{6\cdot 2}{4^3 - 4} = 1 - \frac{12}{60} = 0{,}8$$

5. U Atlanti je tijekom svibnja prosječna temperatura 77 °F (stupnjeva Fahrenheita) uz standardnu devijaciju od 9 °F. Kolika je prosječna temperatura izražena u stupnjevima Celsiusa i kolika je pripadna standardna devijacija?
Napomena. Veza između stupnjeva Fahrenheita (F) i stupnjeva Celsiusa (C) dana je formulom

$$F = \frac{5}{9}C + 32.$$

Rješenje. Za linearno transformiranu varijablu vrijedi

$$\mu_F = \frac{9}{5}\mu_C + 32.$$

Dakle,

$$77 = \frac{9}{5}\mu_C + 32,$$

te je

$$\mu_C = \frac{5}{9}(77 - 32) = 25.$$

Standardna devijacija zadovoljava

$$\sigma_F = \frac{9}{5}\sigma_C,$$

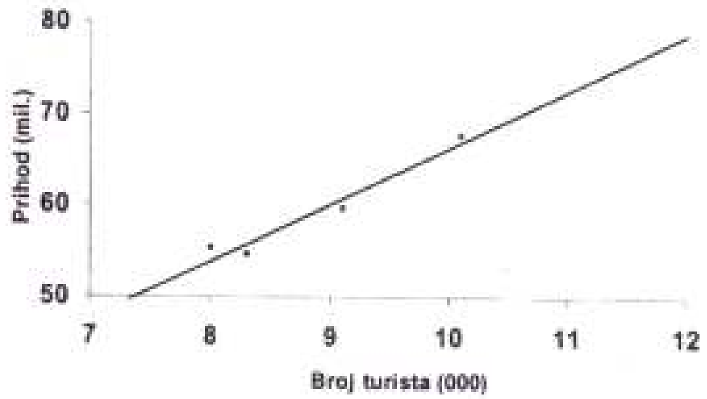
te je

$$9 = \frac{9}{5}\sigma_C$$

odnosno, $\sigma_C = 5$.

6. Nacrtajte dijagram raspršenja i regresijski pravac za podatke iz 1. zadatka.

Rješenje.



7. Koja slika prikazuje podatke s najmanjom varijancom?

a)

b)

c)

Rješenje. Slika c.

8. U hotelu Adria u prosjeku je popunjeno 130 soba. Standardna devijacija popunjenosti je 25. Ukoliko je na dan 1.6. bilo popunjeno 180 soba, izračunajte pripadnu standardiziranu vrijednost.

Rješenje.

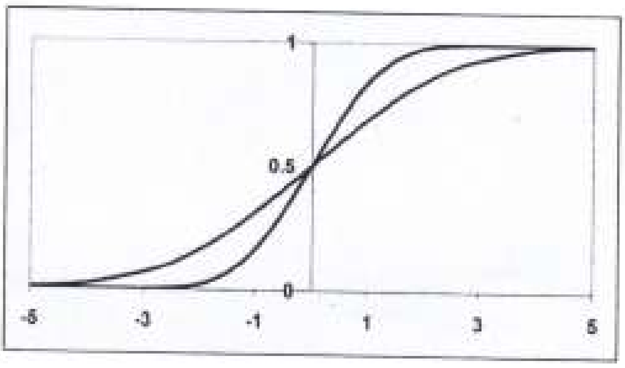
$\mu = 130, \sigma = 25.$ $$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{180-130}{25} = \frac{50}{25} = 2.$$

9. Izračunajte srednje kvadratno odstupanje pravca y = 2 x + 1 od točaka (1,1) i (2,3).

Rješenje.

$$(2 \cdot 1 + 1 - 1)^2 + (2 \cdot 2 + 1 - 3)^2 = 2^2 + 2^2 = 8.$$

10. Označite krivulju koja odgovara kumulativnoj relativnoj frekvenciji populacije s većom varijancom.



Rješenje. Crvena krivulja.